

Facoltà di Ingegneria

Compito scritto di Fisica II - 19.9.2006

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Tm}{A}$$

Esercizio n.1

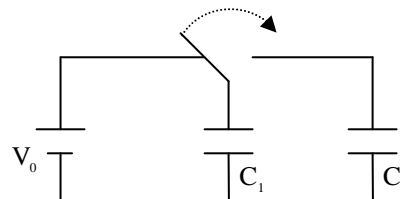
Un condensatore di capacità $C_1 = 2\mu F$ è caricato con una differenza di potenziale $V_0 = 200 V$. Il condensatore, dopo il distacco del generatore, viene collegato in parallelo ad un secondo condensatore di capacità $C_2 = 6\mu F$, inizialmente scarico.

In condizioni di regime, calcolare:

- la differenza di potenziale ai capi di ciascun condensatore dopo il collegamento in parallelo
- la variazione di energia elettrostatica del sistema costituito dai due condensatori

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. La capacità equivalente del sistema costituito dai due condensatori in parallelo vale
 - A. $4\mu F$
 - B. $8\mu F$ (*)
 - C. $1.5\mu F$
 - D. $14\mu F$
2. dopo il collegamento in parallelo, la differenza di potenziale ai capi del condensatore C_1 vale
 - A. 200 V
 - B. 150 V
 - C. 100 V
 - D. 50 V (*)
3. dopo il collegamento in parallelo, la differenza di potenziale ai capi del condensatore C_2 vale
 - A. 200 V
 - B. 150 V
 - C. 100 V
 - D. 50 V (*)
4. l'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore C_1 prima del collegamento in parallelo con C_2 vale
 - A. $1 \cdot 10^{-4} J$
 - B. $2 \cdot 10^{-3} J$
 - C. $4 \cdot 10^{-2} J$ (*)
 - D. $8 \cdot 10^{-2} J$
5. la variazione di energia elettrostatica del sistema costituito dai due condensatori prima e dopo il collegamento in parallelo vale
 - A. $8 \cdot 10^{-4} J$
 - B. $5 \cdot 10^{-5} J$
 - C. $4 \cdot 10^{-1} J$
 - D. $3 \cdot 10^{-2} J$ (*)



Esercizio n.2

Una carica positiva $q = 10^{-7} C$ è ceduta ad una sfera conduttrice di raggio $R = 10 cm$.

All'equilibrio elettrostatico, calcolare il potenziale nel centro O della sfera, in un punto A a 5 cm dal centro della sfera e in un punto B a 20 cm dal centro della sfera.

Il potenziale sia nullo all'infinito.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

6. all'equilibrio elettrostatico, la densità superficiale di carica sulla superficie della sfera vale

- A. $0 \frac{C}{m^2}$
- B. $7.96 \cdot 10^{-7} \frac{C}{m^2}$ (*)
- C. $3.58 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^2}$
- D. $8.15 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m^2}$

7. all'equilibrio elettrostatico, la densità volumetrica di carica all'interno della sfera vale
- $0 \frac{C}{m^3} (*)$
 - $1.99 \cdot 10^{-7} \frac{C}{m^3}$
 - $3.58 \cdot 10^{-5} \frac{C}{m^3}$
 - $8.15 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m^3}$
8. Con il potenziale nullo all'infinito, all'interno della sfera il potenziale elettrostatico è
- nullo
 - costante ma non nullo (*)
 - inversamente proporzionale alla distanza dal centro della sfera
 - direttamente proporzionale alla distanza dal centro della sfera
9. Con il potenziale nullo all'infinito, al centro della sfera il potenziale elettrostatico vale
- 50 V
 - 800 V
 - 4000 V
 - 9000 V (*)
10. Con il potenziale nullo all'infinito, nel punto A il potenziale elettrostatico vale
- 50 V
 - 800 V
 - 4000 V
 - 9000 V (*)
11. Con il potenziale nullo all'infinito, nel punto B il potenziale elettrostatico vale
- 150 V
 - 2250 V
 - 4500 V (*)
 - 7500 V

Esercizio n.3

Un avvolgimento di forma toroidale a sezione rettangolare è costituito da $n = 1000$ spire, percorse da una corrente di intensità $i = 10$ A. I raggi interno ed esterno del toroide sono $r_1 = 10$ cm ed $r_2 = 12$ cm.

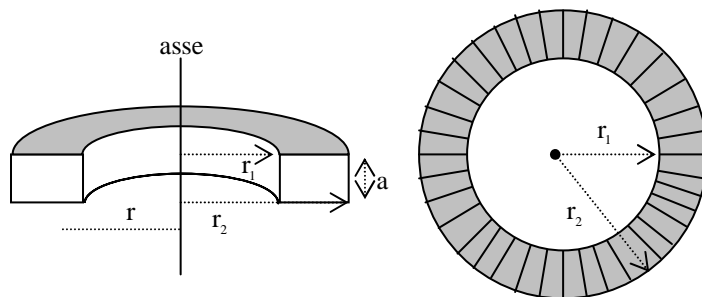
La larghezza del toroide è $a = 1$ cm.

La distanza dall'asse del toroide è indicata con r .

Calcolare:

- Il campo magnetico fuori dal toroide
- Il campo magnetico all'interno del toroide
- Il flusso del campo magnetico attraverso una sezione qualsiasi del toroide
- L'induttanza del toroide

(suggerimento: può essere utile applicare il teorema di Ampère)



Sezione: vista laterale

Vista dall'alto

Rispondere quindi alle seguenti domande:

12. Le linee di forza del campo magnetico sono
- linee circolari con centro sull'asse del toroide, perpendicolari all'asse del toroide (*)
 - linee radiali uscenti, perpendicolari all'asse del toroide
 - linee radiali entranti, perpendicolari all'asse del toroide
 - linee parallele all'asse del toroide
13. All'esterno del toroide, a distanza r dal suo asse ($r < r_1$ oppure $r > r_2$), il campo magnetico ha modulo
- $B = 0 (*)$
 - $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r}$
 - $B = \frac{\mu_0 ni}{2\pi r}$
 - $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r_2 - r_1}$

14. All'interno del toroide, a distanza r dal suo asse ($r_1 \leq r \leq r_2$), il campo magnetico ha modulo
- $B = 0$
 - $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r}$
 - $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{ni}{r}$ (*)
 - $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r_2 - r_1}$
15. Il valore numerico del flusso del campo magnetico attraverso una qualsiasi sezione del toroide è
- $\Phi = 8.05 \cdot 10^{-4}$ Weber
 - $\Phi = 3.65 \cdot 10^{-6}$ Weber (*)
 - $\Phi = 0.47 \cdot 10^{-5}$ Weber
 - $\Phi = 9.15 \cdot 10^{-6}$ Weber
16. L'induttanza dell'avvolgimento toroidale è
- $L = \frac{\mu_0}{2\pi} a n \ln \frac{r_2}{r_2 - r_1}$
 - $L = \frac{\mu_0}{2\pi} a (r_2 - r_1) n^2$
 - $L = \frac{\mu_0}{2\pi} a (r_2 - r_1) n^2 \ln \frac{r_2}{r_1}$
 - $L = \frac{\mu_0}{2\pi} a n^2 \ln \frac{r_2}{r_1}$ (*)

Esercizio n.4

Una spira circolare, omogenea, di resistenza $R = 2\Omega$ e raggio $r = 0.1$ m, è immersa in un campo magnetico uniforme di modulo $B = 0.5$ T ed ortogonale al piano della spira. Il campo magnetico viene fatto decrescere alla velocità 0.1 T/s. Calcolare:

- la corrente indotta nella spira
- la differenza di potenziale tra due punti qualsivoglia della spira separati da una distanza $d = \frac{\pi r}{2}$

La spira viene poi tagliata in un punto generico ed i terminali vengono lievemente separati (quindi non circola corrente nella spira). Determinare la differenza di potenziale tra i terminali.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

- il flusso del campo magnetico concatenato alla spira è
 - $2\pi r B$
 - $2\pi r^2 B$
 - $\pi r^2 B$ (*)
 - $2\pi r B^2$
- la corrente indotta nella spira ha intensità:
 - 1.57 mA (*)
 - 8.02 mA
 - 0.99 A
 - 5.37 A
- la differenza di potenziale tra due punti della spira separati da una distanza d vale:
 - 0 V (*)
 - 0.785 V
 - 1.05 V
 - 6.08 mV
- se la spira viene tagliata in un punto generico ed i terminali vengono lievemente separati, il valore assoluto della differenza di potenziale tra i terminali è:
 - 0 V
 - 0.785 V
 - 3.14 mV (*)
 - 6.08 mV

Altre domande

21. Con ovvio significato dei simboli (i_{ch} è una corrente concatenata al cammino chiuso scelto), la formulazione matematica del teorema di Ampère è
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum i_{ch} \quad (*)$
 - $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
 - $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum i_{ch}}{\epsilon_0}$
 - $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{d\Phi_E}{dt}$
22. Un aeroplano ha una apertura alare di 30 m e vola ad una velocità di 30 km/h in direzione nord ad una latitudine tale che la componente verticale del campo magnetico terrestre, diretta verso il basso, vale $0.5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. La f.e.m. indotta, misurata tra le estremità delle ali vale
- 0.375 V (*)
 - 12.67 V
 - 1.705 V
 - 8.156 V
23. Due sbarre magnetiche uguali, A e B, tenute per una estremità alla stessa quota (ma a distanza di qualche metro l'una dall'altra), vengono lasciate cadere contemporaneamente. La sbarra A, cadendo, passa attraverso una spira conduttrice chiusa. Quale sbarra arriva per prima a terra?
- La sbarra A
 - La sbarra B (*)
 - Arrivano contemporaneamente
24. Una dozzina di lampadine per l'albero di natale (uguali tra loro) sono collegate in serie ed alimentate da un generatore a 120 V. Se ogni lampadina ha una potenza di 10 W, quanto vale la corrente i nel circuito e quanto vale la resistenza R di ciascuna lampadina?
- $i = 12 \text{ A}$ $R = 1 \Omega$
 - $i = 6 \text{ A}$ $R = 8 \Omega$
 - $i = 1 \text{ A}$ $R = 10 \Omega$ (*)
 - $i = 10 \text{ A}$ $R = 1 \Omega$
25. Un elettrone (massa $m \approx 10^{-30} \text{ kg}$, carica negativa di intensità $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) viene accelerato da una ddp di 100 V in un tubo a vuoto. Quale energia cinetica acquista?
- 100 J
 - $1.6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ (*)
 - $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 - $0.625 \cdot 10^{-15} \text{ J}$
26. La forza per unità di lunghezza che si esercita tra due conduttori paralleli percorsi dalla corrente di 0.1 A e posti alla distanza di 10 cm ha modulo
- $5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 - $8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 - $2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 - $2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{N}}{\text{m}}$ (*)
27. La distanza tra i due elettrodi della candela di una automobile è circa 1 mm. Se la bobina di accensione produce una ddp di 10 kV, qual è approssimativamente l'intensità del campo elettrico nell'intercapedine?
- $10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ (*)
 - $10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
 - $10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

- D. $10^4 \frac{V}{m}$
28. La f.e.m di un generatore con resistenza interna R_i è
- La forza che spinge gli elettroni all'interno del generatore
 - Il rapporto tra il lavoro compiuto dal generatore sulla carica e la carica stessa (*)
 - La resistenza interna del generatore
 - La ddp ai capi del generatore a circuito chiuso, cioè quando passa corrente
29. Da quali delle seguenti grandezze NON dipende l'intensità della forza che agisce su una particella carica che si muove all'interno di un campo magnetico
- La componente della velocità della particella parallela al campo magnetico (*)
 - La componente della velocità della particella perpendicolare al campo magnetico
 - Il modulo del vettore campo magnetico \vec{B}
 - L'intensità della carica
30. Un carboncino a sezione quadrata ha le dimensioni $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ (la resistività del carbone alla temperatura di 20°C vale $3.5 \cdot 10^{-5} \Omega\text{m}$). La sua resistenza misurata tra le sue due basi quadrate vale:
- $5 \cdot 10^{-1} \Omega$
 - $1 \cdot 10^2 \Omega$
 - $4 \cdot 10^{-4} \Omega$
 - $7 \cdot 10^{-2} \Omega$ (*)
31. In una regione con un campo elettrostatico, il lavoro esterno fatto per portare una carica elettrica di $1 \mu\text{C}$ da un punto A ad un punto B è 10 mJ ; quello per portare la carica dal punto B ad un punto C vale -5 mJ (la carica è ferma nei punti A, B e C). Qual è il lavoro esterno W_{AC} che occorre fare per portare la carica da A a C e quanto vale la ddp, $V_A - V_C$ tra il punto A ed il punto C?
- $W_{AC} = 5\text{mJ}$ $V_A - V_C = -5 \cdot 10^3 \text{ V}$ (*)
 - $W_{AC} = 5\text{mJ}$ $V_A - V_C = +5 \cdot 10^3 \text{ V}$
 - $W_{AC} = 15\text{mJ}$ $V_A - V_C = +15 \cdot 10^3 \text{ V}$
 - $W_{AC} = -5\text{mJ}$ $V_A - V_C = -5 \cdot 10^3 \text{ V}$

Soluzione

Esercizio n.1

La capacità equivalente dopo il collegamento in parallelo vale

$$C = C_1 + C_2 = 8\mu\text{F}$$

Nell'operazione di collegamento, la carica resta invariata. Inoltre nel collegamento in parallelo le ddp ai capi dei due condensatori sono uguali, $V_1 = V_2 = V_{\text{fin}}$. Quindi:

$$Q_{\text{in}} = Q_{\text{fin}} \rightarrow C_1 V_0 = (C_1 + C_2) V_{\text{fin}} \rightarrow V_{\text{fin}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_0 = 50\text{V}$$

L'energia elettrostatica del sistema dei due condensatori, prima del loro collegamento in parallelo, è

$$U_{\text{in}} = \frac{1}{2} C_1 V_0^2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ J};$$

quella dopo il collegamento in parallelo

$$U_{\text{fin}} = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V_{\text{fin}}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

La differenza dell'energia prima e dopo il collegamento risulta quindi

$$U_{\text{in}} - U_{\text{fin}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Esercizio n.2

Essendo la sfera conduttrice la carica si distribuisce sulla superficie della sfera, quindi la densità volumetrica di carica è nulla. Per simmetria la densità superficiale di carica è costante:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2} = 7.96 \cdot 10^{-7} \frac{C}{m^2}$$

All'interno del conduttore, in condizioni di equilibrio elettrostatico, il campo elettrico è nullo; il potenziale elettrostatico è quindi costante: $V(O) = V(A)$

Il potenziale al centro della sfera risulta

$$V(O) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{sfera}} \frac{\sigma dA}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} = 9000V$$

All'esterno della sfera, il potenziale è quello di una carica puntiforme (uguale alla carica sulla superficie della sfera) collocata nel centro della sfera, come si può verificare applicando il teorema di Gauss:

$$V(B) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_B} = 4500V$$

Esercizio n.3

Le linee di forza del campo magnetico sono circonferenze con centro sull'asse del toroide.

Scelta una circonferenza di raggio r e centro sull'asse del toroide, la circuitazione di \vec{B} lungo la circonferenza è

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi r B$$

Per il teorema di Ampère, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum i_{ch}$ (i_{ch} corrente concatenata), si ha

$$r < r_1 \rightarrow 2\pi r B = 0$$

$$r_1 < r < r_2 \rightarrow 2\pi r B = \mu_0 n i$$

$$r > r_2 \rightarrow 2\pi r B = 0$$

Quindi il campo magnetico è nullo all'esterno del solenoide e ha modulo $B = \frac{\mu_0 n i}{2\pi r}$ al suo interno.

Il flusso del campo magnetico attraverso una sezione del toroide vale

$$\Phi = \iint_{\text{area sezione}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = a \int_{r_1}^{r_2} dr \frac{\mu_0 n i}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi} a n i \ln \frac{r_2}{r_1} = 3.65 \cdot 10^{-6} \text{ Weber}$$

L'induttanza, per definizione, è il flusso attraverso tutti gli avvolgimenti del toroide diviso la corrente:

$$L = \frac{n\Phi}{i} = \frac{\mu_0}{2\pi} n^2 \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Esercizio n.4

Il modulo della forza elettromotrice indotta nella spira, applicando la legge di induzione di Faraday, risulta

$$\epsilon = \frac{d}{dt} \Phi = \frac{d}{dt} (\pi r^2 B) = \pi r^2 \frac{dB}{dt} = 3.14 mV$$

La corrente indotta nella spira è $i = \frac{\epsilon}{R} = 1.57 mA$

La forza elettromotrice è generata uniformemente lungo la spira; un tratto di lunghezza d è caratterizzato da una forza elettromotrice di modulo

$$\varepsilon_d = \varepsilon \frac{d}{2\pi r}$$

Il tratto d ha inoltre resistenza $R_d = R \frac{d}{2\pi r}$.

Tenendo conto della relazione tra forza elettromotrice e differenza di potenziale $V_B - V_A = \varepsilon_{AB} - R_{AB}i$ (solo se non circola corrente d.d.p. = f.e.m.), per la spira in oggetto, tra due punti A e B separati da una distanza d, si ha

$$V_B - V_A = \varepsilon_{AB} - R_{AB}i = \varepsilon \frac{d}{2\pi r} - R \frac{d}{2\pi r} i = \varepsilon \frac{d}{2\pi r} - R \frac{d}{2\pi r} \frac{\varepsilon}{R} = 0$$

Se la spira viene tagliata, non c'è passaggio di corrente, quindi $V_B - V_A = \varepsilon_{AB} = 3.14V$.